

FTAMP 30.17.23

Р.Ж. Наметкулова¹ - негізгі автор, | ©
А.К. Кадириббетова²¹Аға оқытушы, ²Магистр, аға оқытушы

ORCID

¹<https://orcid.org/0000-0002-1658-152X>; ²<https://orcid.org/0000-0003-2839-6177>^{1,2}М.Х. Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті,

Тараз қ., Қазақстан Республикасы

¹nametkulova65@mail.ru, ²aishafiz@mail.ru<https://doi.org/10.55956/AJZH3118>

СЫРТҚЫ МАГНИТ ӨРІСІНДЕГІ МАГНИТТЕЛЕТІН СҰЙЫҚТЫҢ ҚОЗҒАЛЫСЫ

Аңдатпа. Берілген заң бойынша магниттелетін сығылмайтын сұйықтың жұқа қабатының біртекті емес магнит өрісіндегі қатты төсеніш бойымен ағысы туралы есептің аналитикалық шешімі қарастырылған. Қабаттың пішінінің уақыт бойынша өзгерісін сипаттайтын дербес туындылардағы дифференциалдық теңдеу алынған. Есептің жалпы қойылымы қарастырылған. Алдын ала берілген күшті ток өтетін вертикаль шексіз цилиндрлік өткізгіштің магнит өрісіндегі магниттелетін сұйықтың жұқа қабаты туралы есептің шешімі сипатталған.

Тірек сөздер: магниттелетін сұйық, магнит өрісі, қатты жазықтық бойымен ағыс, үзілістердің таралуы.



Наметкулова, Р.Ж. Сыртқы магнит өрісіндегі магниттелетін сұйықтың қозғалысы [Мәтін] / Р.Ж. Наметкулова, А.К. Кадириббетова, // Механика және технологиялар / Ғылыми журнал. – 2023. – №1(79). – Б.153-160. <https://doi.org/10.55956/AJZH3118>

Кіріспе. [1] жұмыста асимптотикалық әдістің көмегімен айналмалы қозғалыстағы астар бойымен сұйықтың жұқа пленкасының ағысы зерттелген. [2,3] жұмыстарда магнит өрісінің магниттелетін сұйық жағдайындағы осы құбылысқа әсері қарастырылған. Біздің мақсатымыз – қатты дене тәрізді қозғалатын астар бойымен магниттелетін сұйықтың жұқа қабыршағының ағысын сипаттайтын жалпы теңдеуді майлау теориясымен жуықтап алу және тоғы бар вертикаль өткізгіштің өрісіндегі горизонталь астар бойымен магниттелетін сұйықтың жұқа қабатының ағысының дербес жағдайы үшін алынған теңдеудің аналитикалық шешімін табу.

Зерттеу шарттары мен әдістері. Есептің жалпы түрде қойылуы. Кернеулігі $\vec{H}_a(\vec{r}, t)$ берілген магнит өрісінде, мұндағы \vec{r} – үшөлшемді радиус-вектор, ал t – уақыт, горизонтқа бұрышпен көлбей орналасқан абсолюттік қатты жазық астардағы сығылмайтын магниттелетін сұйықтың қабатын қарастырамыз. Астар, $\vec{v} = \vec{v}(t)$ жылдамдықпен қозғалатын қандай да бір лездік айналу осін $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}(t)$ бұрыштық жылдамдықпен айнала өз бойымен қатты дене сияқты қозғалады. Сонымен бірге, $\vec{\Omega} \parallel \vec{k}$, $\vec{v} \perp \vec{k}$, мұндағы \vec{k} – қабат ішіне бағытталған, астар жазықтығына тұрғызылған бірлік нормаль векторы. Жалпы жағдайда, сұйық

$$\vec{M} = M(H)\vec{H}/H$$

заңы бойынша магниттеледі, мұндағы \vec{H} және \vec{M} – магнит өрісінің кернеулігі және сұйықтың магниттелуі, ал $M(H)$ – берілген функция. Сұйықтың тығыздығы, тұтқырлығы және қоршаған ортамен (ауамен) шекарадағы беттік тығыздығы тұрақты және сәйкесінше ρ , η және σ таңбаларымен белгіленген. Қоршаған ортаның тығыздығы мен тұтқырлығы – ескермеуге болатындай кіші және ондағы қысым – тұрақты. Магнит өрісі, қабаттың еркін бетіндегі және астар жазықтығындағы

$$\begin{aligned} [\vec{B}]_S \times \vec{n} &= 0, \quad \vec{n} \times ([\vec{H}]_S \times \vec{n}) \\ [\vec{B}]_S \times \vec{k} &= 0, \quad \vec{k} \times ([\vec{H}]_S \times \vec{k}) \end{aligned}$$

шекаралық шарттарды және өзінен шексіз алыстағы

$$\vec{H}(\vec{r}, t) \rightarrow \vec{H}_a(\vec{r}, t), \quad \vec{r} \cdot \vec{k} \rightarrow \pm\infty$$

шекаралық шарттарды қанағаттандыратын

$$\vec{\nabla} \vec{B} = 0, \quad [\vec{\nabla}, \vec{H}] = 0, \quad \vec{B} = \vec{H} + \frac{4\pi \vec{M}(H)\vec{H}}{H}$$

квазистатикалық өріс тендеулерімен сипаттауға болатындай баяу өзгереді деп есептеледі. Мұнда $[\vec{B}]_S$ ($[\vec{H}]_S$) белгісі қабаттың ішінен сыртқа өту кезіндегі $\vec{B}(\vec{H})$ шамасының секірісін көрсетеді, ал \vec{n} – қабаттың еркін бетіне тұрғызылған сыртқы бірлік нормаль векторы, $\vec{\nabla}$ – үш өлшемді набла операторы.

Сұйық қабатындағы ағыс астармен бірге қозғалатын санақ жүйесінде қарастырылады. Қабаттың пішінінің өзгерісі $h(q_1, q_2, t)$ функциясымен сипатталады, мұндағы q_1, q_2 – астар бетіндегі нүктенің екі өлшемді жүйедегі және, жалпы жағдайда, қисық сызықты координаттар жүйесіндегі координаталары, h – қабаттың жергілікті қалыңдығы. $h(q_1, q_2, t)$ функциясы

$$\max \sqrt{\vec{a}^{\alpha\beta} \nabla_\alpha h \nabla_\beta h} \ll 1 \quad (1)$$

шартын қанағаттандыратын болсын. Мұндағы $\vec{a}^{\alpha\beta} = \vec{e}^\alpha \times \vec{e}^\beta$, $\vec{e}^\alpha, \vec{e}^\beta$ – жергілікті базистің векторлары, ∇_α – екі өлшемді набла операторларының құраушылары ($\alpha=1,2$; қайталанып тұратын индекстер бойынша қосынды). (1)-шарт орындалуы үшін, түсірілген магнит өрісінің біртексіздігінің сипаттамалық ұзындығы оның бүкіл ішкі қабатының қалыңдығынан көп үлкен болуы қажет, яғни:

$$\min \frac{\vec{H}_a(\vec{r}, t)}{|\vec{\nabla} \vec{H}_a(\vec{r}, t)|} \gg \max h(q_1, q_2, t). \quad (2)$$

(1) және (2) шарттары магнит өрісінің кернеулігі мен сұйықтың магниттелуін қабат қалыңдығының бойымен тұрақты деп есептеуге мүмкіндік береді. Егер:

$$\max \frac{\rho \Omega h^2}{\eta} \ll 1$$

шарты орындалса, онда астармен бірге қозғалатын санақ жүйесіндегі сұйықтың ағысын сипаттайтын теңдеудегі Кориолис күшін ескермеуге болады. Онда (1) шарты астармен бірге қозғалатын санақ жүйесіндегі қабаттың өзгерісі

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \vec{\nabla}_\alpha \left(\frac{h^3}{3\eta} \vec{a}^{\alpha\beta} f_\beta \right), \quad (3)$$

теңдеуімен анықталатын майлау теориясындағы жуықтауды қолдануға мүмкіндік береді, мұндағы

$$f_\alpha = \rho g \cos \theta \nabla_\alpha h - \rho \vec{g} \cdot \vec{e}_\alpha - \sigma \nabla_\alpha (a^{\beta\gamma} \nabla_\beta \nabla_\gamma h) - M \nabla_\alpha H_i - \\ - 2\pi \nabla_\alpha (\vec{M} \cdot \vec{n})^2 - \rho \Omega^2 a_{\alpha\beta} r_s^\beta + \rho \frac{d\Omega}{dt} \varepsilon_{\alpha\beta} r_s^\beta - \rho \frac{dV_\alpha}{dt}, \quad (4)$$

$\varepsilon_{\alpha\beta} = \vec{k} \cdot (\vec{e}_\alpha \times \vec{e}_\beta)$, H_i – сұйық қабатының еркін бетінің ішкі жағындағы магнит өрісінің кернеулік векторының модулі, \vec{g} – ауырлық күші үдеуінің векторы, r_s^β – лездік айналу осінің астар жазықтығымен қиылысу нүктесінен жүргізілген екі өлшемді радиус-вектордың контраварианттық координаттары. (3)-(4) теңдеулер [1-3] жұмыстарда қолданылған теңдеулердің жалпылама түрлері болып табылады, және майлау теориясының жуықтауында еркін шекаралы тұтқыр сұйықтың жұқа қабатының пішінінің өзгерісінің теңдеуін қорытып шығару үшін қолданылатын асимптотикалық әдістің көмегімен алынады.

Дербес жағдайды қарастырайық. I ток өтетін вертикаль орналасқан шексіз ұзын цилиндрлік өткізгіштің өрісіндегі горизонталь астар бойымен ағатын магниттелетін сұйықтың қабатын қарастырамыз. Магнит өрісі

$$M(H_\alpha) H_\alpha \gg \max(\rho g h, \sigma a^{\beta\gamma} \nabla_\beta \nabla_\gamma h)$$

шарты орындалатындай күшті болсын делік. Сонда (3) – (4) теңдеуі бірінші реттік дербес туындылардағы дифференциалдық теңдеу түріне өтеді:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{r_s} \frac{\partial}{\partial r_s} \left[\frac{2I}{3\eta c r_s} M \left(\frac{2I}{c r_s} \right) h^3 \right], \quad (5)$$

мұндағы r_s – өткізгіш осінен қашықтығы, c – жарық жылдамдығы.

(5)-теңдеу бірінші реттік дербес туындылардағы квазисызықтық дифференциалдық теңдеу болып табылады. Оның сипаттамалары үшін қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесі келесі түрде жазылады:

$$\frac{dr_s}{dt} = - \frac{2I h^2}{\eta c r_s} M \left(\frac{2I}{c r_s} \right), \quad \frac{dh}{dt} = - \frac{2I h^3}{3\eta c r_s^3} \left[M \left(\frac{2I}{c r_s} \right) + \frac{2I}{c r_s} M' \left(\frac{2I}{c r_s} \right) \right] \quad (6)$$

(6)-теңдеулер жүйесін шешіп, (5)-теңдеуінің бастапқы шарты $h(r_s, 0) = h_0(r_{s0}), r_s = r_{s0}$ болатын $h = h(r_{s0}, t), r_s = r_s(r_{s0}, t)$ параметрлік түрдегі шешімін келесі қатынастар түрінде аламыз:

$$\int_{r_{s0}}^{r_s(r_{s0}, t)} r_s^{\frac{4}{3}} \left[\frac{2I}{c} M \left(\frac{2I}{cr_s} \right) \right]^{-\frac{1}{3}} d r_s = -h_0^2(r_{s0}) \left[\frac{2I}{cr_{s0}} M \left(\frac{2I}{cr_{s0}} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \frac{t}{\eta} \quad (7)$$

$$h(r_{s0}, t) = h_0(r_{s0}) \left[\frac{r_s(r_{s0}, t) M \left(\frac{2I}{cr_{s0}} \right)}{r_{s0} M \left(\frac{2I}{cr_s(r_{s0}, t)} \right)} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (8)$$

Мұндағы r_{s0} параметрі берілген нақты нүктенің орнының өзгерісін бақылауға болатын сипаттаманы анықтайды және бастапқы профильдегі еркін беттің нақты нүктесін сипаттайды. Осылайша, қабат профилінің өзгерісі, яғни оның еркін бетінің барлық нүктелерінің орнының уақыт бойынша өзгерісі, осы беттің бастапқы пішінімен толық анықталады. Сол сияқты, бастапқы профиль түріндегі еркін беттің нүктелерін h_0 параметрдің көмегімен сипаттауға да болады.

Магниттік өтімділігі μ тұрақты магниттелетін сұйық үшін:

$$M(H) = \frac{\mu - 1}{4\pi} H$$

және (5)-теңдеудің шешімі:

$$h = h_0(r_{s0}) \left[1 - \frac{8 h_0^2(r_{s0}) (\mu - 1) I^2 t}{3 r_{s0}^4 \pi c^2 \eta} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (9)$$

$$r_s = r_{s0} \left[1 - \frac{8 h_0^2(r_{s0}) (\mu - 1) I^2 t}{3 r_{s0}^4 \pi c^2 \eta} \right]^{\frac{3}{8}} \quad (10)$$

(2)-шарт қанағаттандырылады, егер $\min r_s \gg h(\min r_s)$ болса.

Үзілістер бар шешімдер. Бастапқы профильді сипаттайтын функция $h_0(r_{s0}) - r_1 < r_{s0} < r_2$ ($r_2 < r_1 < r_c$) интервалының ішінде үздіксіз және оның ұштары мен сыртында нольге тең болсын. Онда $h(r_s, t)$ функциясының

$$\frac{\partial h}{\partial r_s} \rightarrow \infty \quad (11)$$

шарты орындалатын тармақталу нүктелері болады.

Магниттік өтімділік тұрақты болатын жағдай үшін (11)-теңдеуден (9)-(10)-шешімдерді ескере отырып, келесі шартты алуға болады:

$$t = \frac{\pi c^2 \eta}{2(\mu - 1) I^2 h_0(r_{s0}) [3r_{s0} h_0'(r_{s0}) - 2h_0(r_{s0})]} \quad (12)$$

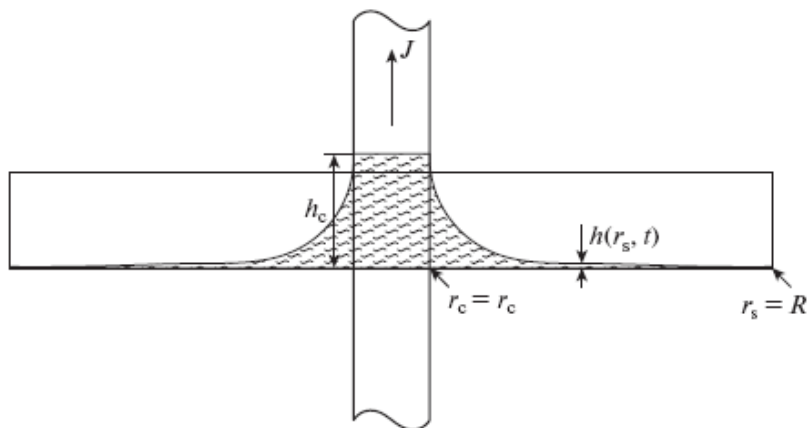
Ендеше, $t = t_d$ уақыт мезетінде, мұндағы t_d – (12)-өрнегінің минимал оң мәні, үзіліс пайда болады [1].

$$v_d = -\frac{1}{3\eta} \frac{h_2^3 - h_1^3}{h_2 - h_1} \frac{(\mu - 1)I^2}{2\pi c^2 r_d^3}$$

Үзіліс жоғарыдағы жылдамдықпен таралады, мұндағы r_d – үзілістің орнын анықтайтын r_s координаттың мәні және ($r_s = r_d$, $r_d = r_d(t)$), $h_1 = h_1(r_d, t)$ және $h_2 = h_2(r_d, t)$ – үзілістің артындағы және алдындағы қабаттың қалыңдығы. Жалпы жағдайда бірнеше үзілістер пайда болуы мүмкін. Барлық үзілістер $r_s = r_1$ профилінің бастапқы қозғалыссыз шетіне қарай таралады. Үзіліс осы шетке жеткенде, соңғысы өткізгішке қарай қозғала бастайды. Ал екінші шеті $r_s = r_2$ – барлық уақытта қозғалыссыз қалады.

Зерттеу нәтижелері. Тоғы бар шексіз өткізгіштің өрісіндегі бастапқы біртекті қабаттың тепе-теңдік күйге орнығуы. Тоғы бар шексіз өткізгіштің өрісінде орналасқан магниттелетін сұйық өткізгіш маңайындағы магниттік мениск деп аталатын, магниттік және гравитациялық күштердің теңгерілуімен анықталатын қандай да бір осьтік симметриялық пішінді қабылдауға ұмтылады [4,5]. (5)-теңдеу вертикаль шексіз өткізгіштің айналасындағы біртекті жұқа горизонталь қабаттың, тоқты қосу кезіндегі қабаттағы сұйықтың теңгерілген пішініне орнығуын зерттеуге мүмкіндік береді.

1-суретте көрсетілгендей, ішінде симметрия осі арқылы өтетін шексіз ұзын вертикаль өткізгіш орналасқан, қабырғасы вертикаль және түбі горизонталь болып келген осьтік симметриялы ыдыстағы (Петри тостағы) магниттелетін сұйықтың жұқа қабатын қарастырамыз. Өткізгіштің қимасының радиусы – r_c , ал ыдыстың радиусы – R . Бастапқыда өткізгіште ток болмайды, және қабаттың қалыңдығы біртекті және h_{0m} шамасына тең болады. $t = 0$ уақыт мезетінде күші I болатын тұрақты ток қосылады.



Сурет 1. Магниттік мениск туралы есептің қойылуы

(7), (8) шешімдер бойынша қабат профилінің теңгерілген пішінге орнығу үрдісі келесі түрде өтеді деп болжауға мүмкіндік береді. Электр тоғы қосылғаннан кейін бірден үш облыс пайда болады. Бірінші $r_c < r_s < r_{s1}(t)$ облыста қабаттың профилі гидростатика теңдеулерінен [4,5] келесі түрде анықталады:

$$h(r_s, t) = h_1(t) + \frac{2I}{\rho g c} \int_{r_s}^{r_{s1}(t)} \frac{1}{r_s'^2} M\left(\frac{2I}{cr_s'}\right) dr_s' \quad (13)$$

мұнда бірінші және екінші облыстар арасындағы облыстың жылжымалы шекарасы $r_s = r_{s1}(t)$ және ондағы қабаттың $h_1(t)$ қалыңдығы сұйықтың толық көлемінің сақталу шартымен анықталады. Сонымен бірге, $r_{s1}(0) = r_c$ деп есептеледі.

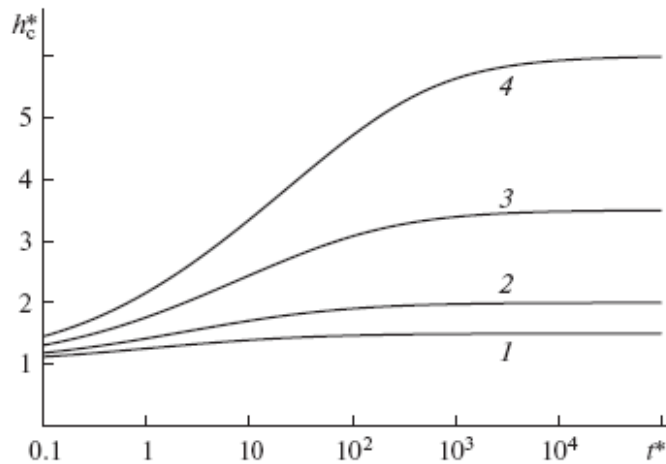
Екінші және үшінші облыстағы профильдің өзгерісі, бастапқы профилиі екінші және үшінші облыс үшін сәйкесінше келесі бастапқы шарттармен берілген (5) теңдеуімен анықталады:

$$h(r_s, 0) = h_{0m} = \text{const}, \quad r_c \leq r_s < R \quad (13)$$

$$h(r_s, 0) = h_m, \quad 0 \leq h_0 < h_{0m}, \quad r_s = R \quad (14)$$

Осы облыстар арасындағы $r_s = r_{s2}(t)$ қозғалатын шекара $r_s = R, h = h_{0m}$ бастапқы профильдің беттік нүктесімен анықталады, яғни $r_{s2}(0) = R$, және $r_{s2}(t)$ функциясы тікелей (5)-теңдеуінің шешімімен анықталады.

Сұйықтың профилиінің қалыптасу үрдісі екінші облыстан біріншіге және үшінші облыстан екінші облысқа қарай өтеді. $r_{s1}(t_0) = r_{s2}(t_0)$ теңдеуінен анықталатын $t = t_0$ уақыт мезетінде екінші облыс жабылады да, сұйық үшінші облыстан тікелей бірінші облысқа өтеді. Профильдің қалыптасуының осы кезеңі шексіз уақытқа созылады, және қабаттың профилиі асимптотикалық түрде теңгерілген пішінге ұмтылады.



Сурет 2. Магниттік меннискінің көтерілуін сипаттайтын $h_c^*(t^*)$ функциясының жартылай логарифмдік графигі: 1-4 – $\alpha=0.5, 1, 2.5, 5$

Осылайша, бүкіл профильдің қалыптасу процесі бастапқы шарттары (2)-(3) болатын (5), (7)-(8) - теңдеулерінің шешімімен және (12) формуласымен анықталады. Сонымен бірге, бірінші облыстағы сұйық көлемі мен екінші және үшінші облыстардағы көлемнің кемуінің теңдік шартымен анықталатын $r_{s1}(t)$ функциясын табу керек. Тұрақты магниттік өтімділік жағдайы үшін бұл шарт аналитикалық түрде h_1 белгісізі үшін, уақыт параметр түрде енгізілген

трансценденттік теңдеу түрінде алынған. $h_1(t)$ функциясын біле отырып, (9)-(10) өрнектерін қолданып, $r_{s1}(t)$ шамасын табуға болады. Демек, профильдің өзгерісі туралы есеп h_1 үшін алынған теңдеуді шешуге келтірілді. h_1 үшін алынған өлшемсіз теңдеу әртүрлі t мәндері үшін шешілді және табылған шешім бойынша қабат профилінің өзгерісі анықталды. Дербес жағдайда, $r_s = r_c$ болғандағы қабаттың максимал қалыңдығының уақытқа байланысты өзгерісі анықталды. 2-суретте қабаттың өлшемсіз максимал қалыңдығының $h_c^* = h_c/h_{0m}$ ($h_c = h(r_c, t)$) өлшемсіз

$$t^* = \frac{8 h_0^2 (\mu - 1) I^2 t}{3 r_c^4 \pi c^2 \eta}$$

уақытқа тәуелділігі тұрақты магниттік өтімділік және өлшемсіздендірілген

$$\alpha = \frac{(\mu - 1) I^2}{2 \pi h_0 r_c^2 \rho g c^2}$$

параметрінің әртүрлі мәндері кезіндегі $R \rightarrow \infty$ жағдайы үшін көрсетілген.

Қорытынды. Магниттелуінің біртекті емес магнит өрісіндегі кернеулікке тәуелділігі берілген сығылмайтын магниттелетін сұйықтың жұқа қабатының ағысы теориялық түрде зерттелді. Сұйық қабатының профилінің өзгерісін сипаттайтын дербес туындылардағы дифференциалдық теңдеуі алынды. Алынған теңдеудің сапалық қолданылуы ретінде жеткілікті күшті тоғымен берілген вертикаль шексіз цилиндрлік өткізгіштің магнит өрісіндегі магниттелетін сұйықтың жұқа қабаты туралы есептің шешімі қарастырылды.

Әдебиеттер тізімі

1. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа: учебник для вузов [Текст] / Л.Г. Лойцянский. – 7-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
2. Андреев, В.К. Современные математические модели конвекции [Текст] / В.К. Андреев, Ю.А. Гапоненко, О.Н. Гончарова, В.В. Пухначев. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.
3. Naletova V.A., Turkov V.A. Film thickness discontinuity generation in a magnetic field // J. Magn. Magn. Mater., 1999. Vol. 201, P. 346-349.
4. Полунин, В.М. Электромагнитные эффекты, вызванные упругой деформацией цилиндрического образца намагниченной жидкости [Текст] / В.М. Полунин // Магнитная гидродинамика. – 1988. – №3. – С. 43-50.
5. Полунин В.М. Акустические эффекты в магнитных жидкостях [Текст] / В.М. Полунин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 208 с.

Материал редакцияға 05.01.23 түсті.

Р.Ж. Наметкулова¹, А.К. Кадиримбетова¹

¹Таразский региональный университет им. М.Х. Дулати, г.Тараз, Казахстан

ДВИЖЕНИЕ НАМАГНИЧИВАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Аннотация. По заданному закону рассматривается аналитическое решение задачи о протекании тонкого слоя намагничиваемой несжимаемой жидкости по твердому покрытию в неоднородном магнитном поле. Получено дифференциальное

уравнение в частных производных, описывающее изменение формы слоя с течением времени. Рассматривается общая постановка задачи. Описано решение задачи о тонком слое намагничивающейся жидкости в магнитном поле вертикального бесконечного цилиндрического проводника, через который проходит заданный сильный ток.

Ключевые слова: намагничивающаяся жидкость, магнитное поле, течение по твердой плоскости, распределение разрывов.

R.Zh. Nametkulova¹, A.K. Kadirimbetova¹

¹ *M.Kh.Dulaty Taraz Regional University, Taraz, Kazakhstan*

MOTION OF A MAGNETIZABLE LIQUID IN AN EXTERNAL MAGNETIC FIELD

Abstract. According to a given law, an analytical solution of the problem of the flow of a thin layer of a magnetizable incompressible liquid over a solid coating in a nonuniform magnetic field is considered. A partial differential equation is obtained that describes the change in the shape of the layer over time. The general formulation of the problem is considered. A solution to the problem of a thin layer of a magnetizable liquid in the magnetic field of a vertical infinite cylindrical conductor through which a given strong current passes is described.

Keywords: magnetizable fluid, magnetic field, solid plane flow, discontinuity distribution.

References

1. Loitsyansky, L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza: uchebnyk dlya vuzov* [Mechanics of liquid and gas: textbook for universities] – M.: Bustard, 2003. – 840 p. [in Russian]
2. Andreev, V.K., Gaponenko, Yu.A., Goncharova, O.N., Pukhnachev, V.V. *Sovremennye matematicheskie modeli konvekcii* [Modern mathematical models of convection] – M.: Fizmatlit, 2008. – 368 p. [in Russian]
3. Naletova V.A., Turkov V.A. Film thickness discontinuity generation in a magnetic field // *J. Magn. Magn. Mater.* 1999. V. 201, P. 346-349.
4. Polunin, V.M. Elektromagnitnye efekty, vyzvannye uprugoj deformaciej cilindricheskogo obrazca namagnichennoj zhidkosti [Electromagnetic effects caused by elastic deformation of a cylindrical sample of a magnetized liquid] // *Magnitnaya gidrodinamika*. [Magnetic hydrodynamics]. 1988. No.3. pp. 43-50. [in Russian]
5. Polunin, V.M. *Akusticheskie efekty v magnitnyh zhidkostyah* [Acoustic effects in magnetic fluids] – M.: FIZMATLIT, 2008. – 208 p. [in Russian]