ҒТАМР 30.15.35

А.Т. Жақаш[1] – *негізгі автор,*
Ю.Р. Крахмалева[2], **Э.А. Джакашова**[3]

©

[1]*Техн. ғылым. канд., доцент,* [2]*Техн. ғылым. канд., доцент,* [3]*Аға оқытушы*

ORCID [1]*https://orcid.org/0000-0001-8685-9868;* [2]*https://orcid.org/0000-0003-2166-3885;* [3]*https://orcid.org/0000-0001-8827-0053*

М.Х. Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті,
Тараз қ., Қазақстан

@ [1]*zhakash58@mail.ru*

https://doi.org/10.55956/ERDA2826

КЕҢІСТІК МЕХАНИЗМДЕРІНІҢ КИНЕМАТИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН АНЫҚТАУДА КООРДИНАТТАРДЫ ТҮРЛЕНДІРУ ӘДІСІН ҚОЛДАНУ

Аңдатпа. Төменгі жұптарға кіретін тиектердің координаттарын түрлендірудің формулалары негізінде кеңістік механизмдердің тиектерінің орындарын аналитикалық әдістермен анықтау мәселесі қарастырылған. Бұл координаттарды түрлендіруде кинематикалық жұптар матрицалары қолданылды.

Тірек сөздер: кеңістік механизмдер, координаттар, механизмдердің еркіндік дәрежесі, Эйлер бұрыштары, бағыттауыш косинустар, матрицалар, кинематикалық жұптар, Гук топсасы, Кардан механизмі.

Жақаш, А.Т. Кеңістік механизмдерінің кинематикалық сипаттамаларын анықтауда координаттарды түрлендіру әдісін қолдану [Мәтін] / А.Т. Жақаш, Ю.Р. Крахмалева, Э.А. Джакашова // Механика және технологиялар / Ғылыми журнал. – 2021. – №2(72). – Б.120-125. https://doi.org/10.55956/ERDA2826

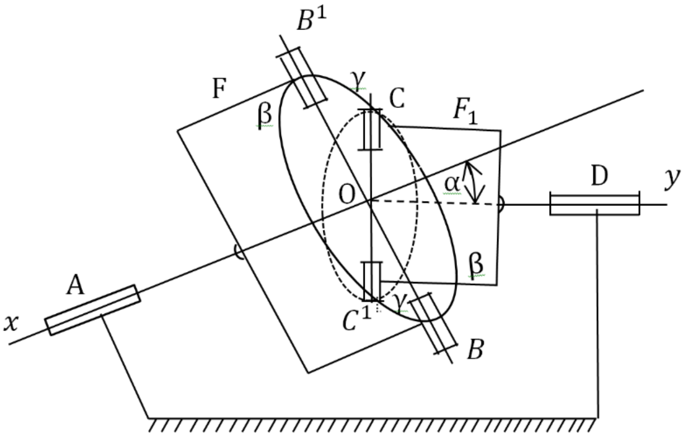
Кіріспе. Кеңістіктік механизмдер деп тиектері тек қана төменгі жұп құрайтын, ал тиектердің нүктелері жазық емес траектория немесе қиылысатын жазықтарда жататын траекториялар сызатын механизмдерді айтамыз. Жазық кеңістік механизмдер көптеген машиналарда көрнекті құралдар және құрылыстарда қолданылады. Иінді кеңістік механизмдердің басқа механизмдерден артықшылығы сол тиектерден тұратын төменгі жұптардың ерекше қасиеттерімен анықталады. Бұл жұптардағы тиектердің жанасатын элементтері болып табылатын – беттер, сондықтан олардағы меншікті қысым мен тозу жоғары кинематикалық жұптарға қарағанда аз. Жұптар элементтерін дайындау өте жеңіл және оларды дәлірек етіп жасауға болады.

Кеңістік иінді механизмдерде мына төменгі кинематикалық жұптар жиірек қолданылады: айналмалы, ілгерілемелі, цилиндрлік сфералық және саусақты сфералық жұптар. Осы жерде кинематикалық жұпқа анықтама бере кетейік. Кинематикалық жұп деп өзара салыстырмалы қозғала алатын, жанасқан екі тиектің қосындысын айтады.

Қазіргі заманғы машиналар мен механизмдерде тұйық кинематикалық тізбекті, сондай-ақ тұйық емес кинематикалық тізбектерді кеңістік иінді механизмдер қолданылады. Тұйық емес тізбектер механикалық машиналарда, роботтарда, адымдаушы машиналарда және кейінгі кезде адамның қолы мен аяқтары қызметін атқаратын басқа да құрылымдарда пайдаланылады.

Зерттеу әдістері мен шарттары. Кеңістік механизмін математикалық тұрғыдан зерттеу өте күрделі мәселе. Себебі, кеңістік координаталар жүйесінде жұмыс істеуге тура келеді және әр жұптың еркіндік дәрежесі де жоғары болады. Ал мұндай мәселелер өзекті мәселелерге жатады.

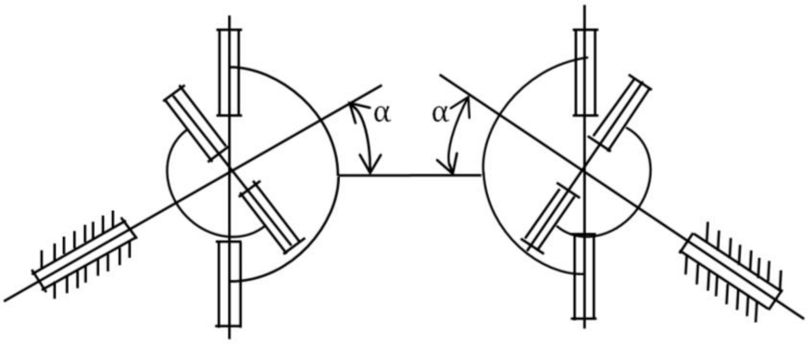
Егер берілген механизмдегі тиектер тек айналмалы жұптар құрып, олардың осьтері бір нүктеде қиылысатын болса, онда тиектер нүктелерінің траекториялары концентрациялық сфераларда жататын болсын. Онда мұндай механизмдерді сфералық механизмдер деп атайды. Олардың құрылымдық қасиеттері жазық механизмдердікі сияқты [1]. Төмендегі суреттерде осындай төрттиекті сфералық механизмдер берілген. 1-суретте төрттиекті сфералық механизмнің қозғалмалы үштиектің айналмалы жұптарының осьтері 90° бұрыштармен қиылысады. Ал, тірекпен кез-келген α бұрышпен қиылысады. Мұндай механизмдерді Гук топсасы немесе техникада Кардан механизмі деп те атайды. Бұл механизмдер осьтері қиылысатын біліктер арасындағы берілістерді қамтамасыз ету үшін қажет. Алғашында, бір біліктің бірқалыпты айналуы екінші біліктің бірқалыпты айналуын қамтамасыз ете алмаған [1]. Бұл мәселе қосарланған Кардан механизмі арқылы шешілген (2-сурет). Қосарланған Кардан механизмі біліктер осьтер арасындағы бұрыштардың өзгеруімен қатар олардың биіктігі бойынша ығысып отыруын қамтамасыз ете алады. Мұндай механизмдердің жетекшісі артқы осьтер болып келетін автомобильдердің бәрінде бар. Сонымен қатар, біліктер арасындағы айналдыру берілісін қамтамасыз ететін кеңістік механизмдердің түрлері көптеп кездеседі. Яғни, біліктердің орналасу жағдайлары қозғалыс кезінде өзгеріп отыратын механизмдер туралы айтып отырмыз. Мұндай механизмдерді әмбебап топсалы механизмдер деп те атайды. Көп жағдайда айналу осьтері айқасып келетін айналдыру берілісін қамтамасыз ететін механизмдер үшін осындай төрттиекті төменгі жұпты кеңістік механизмдері қолданылады. Төменгі жұпты кеңістік механизмдеріне винттік жұптар кіретін винттік механизмдерді де жатқызады. Кеңістік механизмдердің ішінде ілгерілемелі жұптар да кіруі мүмкін. Бұл ілгерлемелі жұп көп жағдайларда сына (клин) түрінде болады. Сондықтан мұндай кеңістік механизмдерді сыналы механизмдер деп атайды.



Сурет 1. Төрттиекті сфералық механизмдер

Екі жанасатын тиектердің қозғалыстағы бірігуін кинематикалық жұп деп атаймыз. Практикада ең көп кездесетін жұптар бір қозғалысты жұптар. Олардың өзі үшке бөлінеді: түзу ілгерілемелі жұп, айналмалы жұп және винттік жұп. Екі қозғалысты жұптар екі нұсқада беріледі. Яғни, цилиндрлік жұп және сфералық тежегіші бар жұп.

Үш қозғалысты кинематикалық жұптар да екі нұсқада беріледі. Яғни, сфералық жұп (шар тәріздес топса) және жазық жұп. Төрт және бес қозғалысты кинематикалық жұптар да болады. Бірақ, олар кеңістік механизмдерінде көп кездеспейді.



Сурет 2. Қосарланған Кардан механизмі

Зерттеу нәтижелері. Алдымен, аналитикалық әдістермен кеңістік механизмдері тиектерінің орындарын анықтайтын есептерді шығару үшін осы төменгі жұптарға кіретін тиектердің координаттарын түрлендірудің формулалары қандай болатынын қарастырайық.

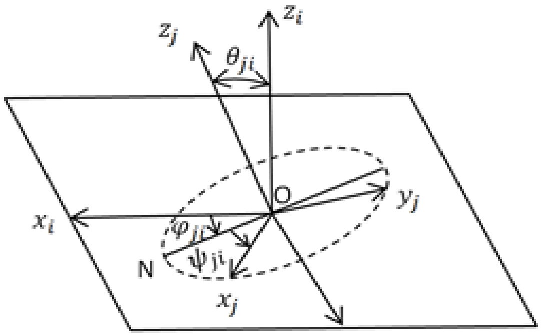
x_i, y_i, z_i және x_j, y_j, z_j жүйелері үшін координаталарды түрлендіру формуласы жалпы түрі келесідей болып беріледі:

$$\begin{cases} x_i = a_{11}x_j + a_{12}y_j + a_{13}z_j + a_i \\ y_i = a_{21}x_j + a_{22}y_j + a_{23}z_j + b_i \\ b_i = a_{31}x_j + a_{32}x_j + a_{33}z_j + c_i \end{cases} \quad (1)$$

мұндағы a_i, b_i, c_i - i жүйесіндегі j жүйесінің координаттарының бастауы, ал координаталарға көбейтіліп тұрған коэффициенттер бағыттауыш косинустар, яғни $a_{11} = \cos\angle(x_i, x_j)$, $a_{12} = \cos\angle(x_i, y_j)$ және сол сияқты кете береді. Бұл бағыттауыш косинустарды Эйлер бұрыштары арқылы да өрнектеуге болады. Эйлер бұрыштары бас жағынан біліп отыру үшін, алдымен тоғысу сызықтары белгіленеді, яғни x_jOy_j; жазықтығының x_jOy_j жазықтығымен ON қиылысу сызығын белгілеп алу керек (3-сурет).

Oz_i осінен Oz_j осіне қарағандағы ең жақын сағат тіліне қарсы бұрылуды алу үшін, түйін сызығы оң бағытта таңдалады. Ox_i және түйін сызығы арасындағы бұрыш ψ_{ji} прецессия бұрышы Ox_j және түйін сызығы арасындағы φ_{ji} таза айналу бұрышы және Oz_i және Oz_j остері арасындағы θ_{ji} нутация бұрыштары деп атайды. Oz_i осінің оң бағыты жағынан қарасақ

ψ_{ji} бұрышы сағат тіліне қарсы бағытта есептеледі. Тура осылай Oz_j осінен қарағанда φ_{ji} бұрышы да сағат тіліне қарсы бағытта есептеледі. Егер i және j тиектері үшін O_j координатасының бастауы O_i координатасының басымен беттеспесе, онда Эйлер бұрыштарын санау үшін O_j арқылы i тиегінің остеріне параллель остер жүргізу керек.



Сурет 3. Эйлер бұрыштары

Эйлер бұрыштары мен бағыттауыш косинустар арасындағы байланыс туралы белгілі формуланы ескере отырып, (1) теңдеуінің коэффициенттерінің матрицасын аламыз:

$$T_{ji}=\begin{pmatrix} \cos\psi_{ji}\cos\varphi_{ji}-\cos\theta_{ji}\sin\psi_{ji}\sin\varphi_{ji} & -\cos\psi_{ji}\sin\varphi_{ji}-\cos\theta_{ji}\sin\psi_{ji}\cos\varphi_{ji} & \sin\theta_{ji}\sin\psi_{ji} & a_i \\ \sin\psi_{ji}\cos\varphi_{ji}+\cos\theta_{ji}\cos\psi_{ji}\sin\varphi_{ji} & -\sin\psi_{ji}\sin\varphi_{ji}+\cos\theta_{ji}\cos\psi_{ji}\cos\varphi_{ji} & -\sin\theta_{ji}\cos\psi_{ji} & b_i \\ \sin\theta_{ji}\sin\varphi_{ji} & \sin\theta_{ji}\cos\varphi_{ji} & \cos\psi_{ji} & c_i \end{pmatrix} \quad (2)$$

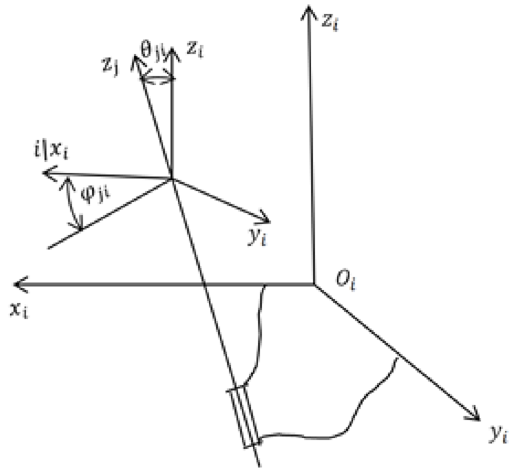
Механизмдер мен машиналар теориясының есептеріне қатысты (2) матрицасы кинематикалық жұптар матрицасы деп те аталады.

Үшқозғалысты кинематикалық жұп үшін Эйлердің үш бұрышы айнымалы шамалар болады да a_i, b_i, c_i - тұрақты параметрлер. Ал екіқозғалысты сфералық жұп тежегішті сфералық жұп үшін Эйлер бұрыштарынан екеуі ғана тәуелсіз болады.

Тежегіштің осін $O_j z_j$ осімен бағыттас етіп, ал тежегіш қозғалатын қуыстың осін $O_i x_i$ осімен бағыттас етіп алсақ, яғни O_j және O_i координаттар басы беттесер еді. Онда прецессия бұрышы $\psi_{ji}=0$, ал таза айналу бұрышы ψ_{ji} тежегіштің осін айналатын бұрылу бұрышы болады. Нутация бұрышы θ_{ji} - тежегіш қозғалатын қуыс осіне қарағанда айналатын бұрыш болады. Осы шарттар орындалғанда екіқозғалысты сфералық жұптың матрицасы, яғни $\theta_{ji}=const$ болғанда келесі түрде өрнектеледі:

$$T_{ji}=\begin{pmatrix} \cos\varphi_{ji} & -\sin\varphi_{ji} & 0 & a_i \\ \cos\theta_{ji}\sin\varphi_{ji} & \cos\theta_{ji}\cos\varphi_{ji} & -\sin\theta_{ji} & b_i \\ \sin\theta_{ji}\sin\varphi_{ji} & \sin\theta_{ji}\cos\varphi_{ji} & \cos\psi_{ji} & c_i \end{pmatrix} \qquad (3)$$

Тиектерді i және j айналмалы жұптары үшін $O_j z_i$ осін осы жұптардың осьтері бойымен бағыттасақ $O_j z_i$ және $O_i z_i$ остерінің арасындағы ең жақын арақашықтығы l_i - ді $O_i x_i$ осімен беттестіріп, ал O_j координаттар басын $O_i x_i$ осінен l_{ji} арақашықтығына орналастырайық (4-сурет).



Сурет 4. Екіқозғалысты сфералық жұп

Онда нутация бұрышы $\theta_{ji} = const$ прецессия бұрышы ψ_{ji} =0. Қабылдаған белгілеулерді ескере отырып (2) матрицасынан айналмалы жұптар үшін келесі матрицаны аламыз:

$$T_{ji} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_{ji} & -\sin\varphi_{ji} & 0 & l_i \\ \cos\theta_{ji}\sin\varphi_{ji} & \cos\theta_{ji}\cos\varphi_{ji} & -\sin\theta_{ji} & l_{ji}\sin\theta_{ji} \\ \sin\theta_{ji}\sin\varphi_{ji} & \sin\theta_{ji}\cos\varphi_{ji} & \cos\psi_{ji} & l_{ji}\cos\theta_{ji} \end{pmatrix} \qquad (4)$$

Ілгерілемелі жұп матрицасы (4) матрицасынан алуға болады. Ол үшін $l_{ji} = s_{ji}$ параметрін айнымалы деп санасақ, ал $\varphi_{ji} = 0$. $\theta_{ji} = const$ бұрышы бұл жағдайда $O_i z_i$ осімен ілгерілемелі жұптың арасындағы бұрыш. l_i шамасы осы осьтер арасының ең жақын арақашықтығы.

Жоғарыдағы шарттарды сақтай отырып ілгерлемелі жұптың орнына винттік жұпты қарастырсақ, онда $l_{ji} = s_{ji}$ арақашықтығы тұрақты емес айнымалы болады. Бұл жерде φ_{ji} бұрылу бұрышымен байланысты болып, олардың арасында келесі қатынаспан өрнектеледі.

$$S_{ji} = h_{ji}\frac{\varphi_{ji}}{2\pi}, \qquad (5)$$

мұндағы h_{ji} - винттік сызықтың қадамы.

Егер i және j тиектері цилиндрлік жұп құраса, онда (4) матрицасындағы $l_{ji} = s_{ji}$ және φ_{ji} айнымалы шамалар тәуелсіз.

Барлық матрицалардың реті (3×4). Бұл матрицаларды квадрат матрица жасауға да болады. Ол үшін (1) координаттарды түрлендіру теңдеуіне $i = 1$ тепе-теңдігін қоссақ жеткілікті.

Қорытынды. Жұмыста төменгі жұпты иінді кеңістік механизмдердің кинематикалық сипаттамасы қаралды. Мәселені шешу үшін, кеңістік механизмдер құрылымына талдау жасалды. Құрылымдық талдау төрттиекті сфералық механизмді талдаудың негізінде берілді.

Сонымен қатар, аналитикалық әдістермен кеңістік механизмдер тиектерінің орнын анықтайтын координаттық түрлендіру формулалары қарастырылды. Бұл түрлендіруде кинематикалық жұптардың матрицалар теориясы қолданылды. Мысал ретінде, үш қозғалысты кинематикалық жұптан тұратын кеңістік механизмі қарастырылды.

Әдебиеттер тізімі

1. Левитский, Н.И. Теория механизмов и машин [Текст] / Н.И. Левитский. – М.: Наука, 1979. - 576 с.
2. Фролов, К.В. Теория механизмов и машин [Текст] / К.В. Фролов [и др.]. - М.: Наука, 1984. - 493 с.

Материал редакцияға 23.06.21 түсті.

А.Т. Жақаш, Ю.Р. Крахмалева, Э.А. Джакашова

Таразский региональный университет им. М.Х. Дулати, г. Тараз, Казахстан

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

Аннотация. В статье рассмотрена задача определения положения звеньев пространственных механизмов аналитическими методами. При этом использованы формулы преобразования координат и матрицы кинематических пар.

Ключевые слова: пространственные механизмы, координаты, степень подвижности механизма, углы Эйлера, направляющие косинусы, матрицы, кинематические пары, шарнир Гука, механизм Кардана.

A.T. Zhakash, Y.R. Krahmaleva, E. Jakashova

Taraz regional university named after M.Kh. Dulaty, Taraz, Kazakhstan

APPLICATION OF COORDINATE TRANSFORMATION METHODS FOR DETERMINING THE KINEMATIC CHARACTERISTICS OF SPATIAL MECHANISMS

Abstract. This article deals with the problem of determining the position of the links of spatial mechanisms by analytical methods. In this case, coordinate transformation formulas and matrices of kinematic pairs are used.

Keywords: spatial mechanisms, coordinates, degree of mobility of the mechanism, Euler angles, direction cosines, matrices, kinematic pairs, Hooke's hinge, Cardan mechanism.

References

1. Levitsky N.I. Teorija mehanizmov i mashin [The theory of mechanisms and machines]. – Moscow: Nauka, 1979. - 576 p. [in Russian].
2. Frolov K.V. Teorija mehanizmov i mashin [The theory of mechanism and machines]. - Moscow: Nauka, 1984. - 493 p. [in Russian].